

計 算 式 集

基準点測量

1. 楕円体の原子及び諸公式

1.1 楕円体の原子

地球の形状及び大きさについて、測量法施行令第2条の2に定める楕円体の値による。

長半径 $a = 6,378,137\text{m}$

$$\text{扁平率 } f = \frac{1}{298.257222101}$$

1.2 楕円体の諸公式

$$M = \frac{a(1-e^2)}{W^3} = \frac{c}{V^3}, \quad N = \frac{a}{W} = \frac{c}{V}$$

$$R = \sqrt{M \cdot N} = \frac{b}{W^2} = \frac{c}{V^2}$$

$$W = \sqrt{1-e^2 \cdot \sin^2 \phi}, \quad V = \sqrt{1+e'^2 \cdot \cos^2 \phi}$$

$$f = \frac{a-b}{a} = 1 - \sqrt{1-e^2} = \frac{1}{F}$$

$$b = a\sqrt{1-e^2} = \frac{c}{1+e'^2} = a(1-f) = \frac{a(F-1)}{F}$$

$$c = \frac{a^2}{b} = \frac{a}{\sqrt{1-e^2}} = a\sqrt{1+e'^2} = b(1+e'^2) = \frac{a}{1-f} = a \cdot \frac{\frac{1}{f}}{\frac{1}{f}-1} = \frac{a \cdot F}{F-1}$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{e'^2}{1+e'^2}} = \sqrt{2f-f^2} = \frac{\sqrt{2F-1}}{F}$$

$$e' = \sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{e^2}{1-e^2}} = \frac{\sqrt{2 \cdot \frac{1}{f}-1}}{\frac{1}{f}-1} = \frac{\sqrt{2F-1}}{F-1}$$

ただし、

a : 長半径	R : 平均曲率半径
b : 短半径	e : 第一離心率
c : 極での曲率半径	e' : 第二離心率
f : 扁平率	ϕ : 緯度
F : 逆扁平率	
M : 子午線曲率半径	
N : 卯酉線曲率半径	

2. セオドライト及び測距儀又はトータルステーションを使用した場合の計算式

2.1 距離計算

2.1.1 測距儀の気象補正計算

$$D = D_s \cdot \frac{n_s}{n} = D_s + (\Delta s - \Delta n)D_s$$

ただし、

$n_s = (1 + \Delta s)$: 測距儀が採用している標準屈折率

$n = (1 + \Delta n)$: 気象観測から得られた屈折率

$$\Delta n = a \cdot \frac{P}{273.15 + t} - E$$

$$a = \frac{273.15}{1013.25} (n_g - 1)$$

$$n_g - 1 = \left(287.6155 + \frac{4.88660}{\lambda^2} + \frac{0.06800}{\lambda^4} \right) 10^{-6}$$

ただし、

$$E = 0.6 \times 10^{-6}$$

D : 気象補正済みの距離 (m)

D_s : 気象補正をしていない距離 (m)

P : 測点1と測点2の平均気圧 (hPa)

t : 測点1と測点2の平均気温 (°C)

n_g : 群速度に対する屈折率

λ : 光波の実効波長 (μm)

2.1.2 気圧、気温を求める計算

(1) 標高による気圧の計算式

$$P_2 = 1013.25 \cdot 10^{-\frac{H}{67.58T}}$$

(2) 高低差による気圧の計算式

$$(i) P_2 = P_1 \cdot 10^{-\frac{\Delta H}{67.58T}}$$

$$(ii) P_2 = P_1 - 0.12 \text{hPa} \cdot \Delta H$$

(3) 高低差による気温の計算式

$$t' = t - 0.005^\circ\text{C} \cdot \Delta H$$

ただし、

P_2 : 求めようとする測点の気圧 (hPa)

P_1 : 計算の基準とした測点で観測した気圧 (hPa)

$T = 273 + t$: 絶対温度 (°K)

t : 計算の基準とした測点で観測した気温 (°C)

t' : 求めようとする測点の気温 (°C)

H : 求めようとする測点の標高

ΔH : 計算の基準とした測点(H_1)と求めようとする測点(H_2)との高低差 $H_2 - H_1$ (m)

2.1.3 基準面上の距離の計算

$$S = D \cdot \cos\left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\right) \frac{R}{R + \left(\frac{H_1 + H_2}{2}\right) + N_g}$$

ただし、

- S : 基準面上の距離 (m) D : 測定距離 (m)
- H₁ : 測点 1 の標高 (概算値) + 測距儀高 (m)
- H₂ : 測点 2 の標高 (概算値) + 測距儀高 (m)
- α₁ : 測点 1 から測点 2 に対する高低角
- α₂ : 測点 2 から測点 1 に対する高低角
- R = 6370000 : 平均曲率半径 (m)
- N_g : ジオイド高 (既知点のジオイド高を平均した値)

2.1.4 距離計算に必要な高低角に対する補正計算

$$d\alpha_1 = \sin^{-1} \left\{ \frac{(m - f_2 + i_1 - g) \cos \alpha_1}{D} \right\}$$

$$d\alpha_2 = \sin^{-1} \left\{ \frac{(g - f_1 + i_2 - m) \cos \alpha_2}{D} \right\}$$

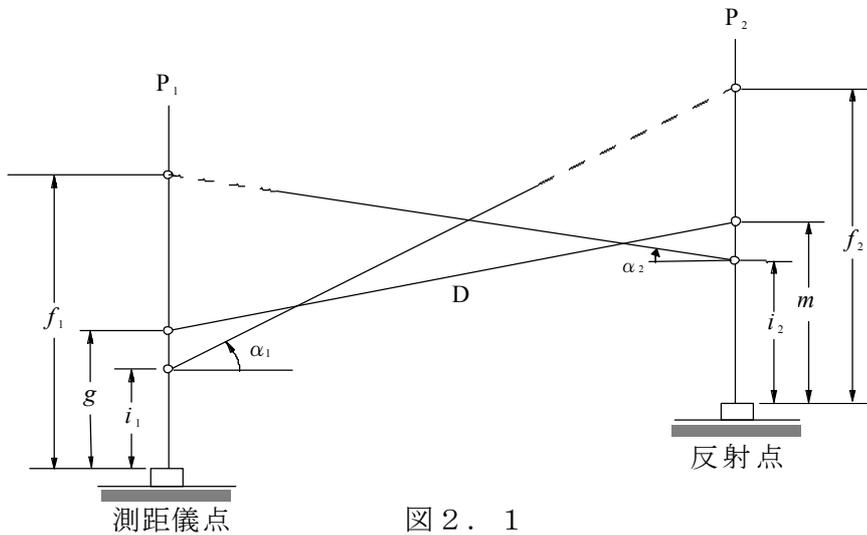


図 2. 1

- P₁ : 測距の器械点
- P₂ : 反射点
- g : 測距儀の器械高
- m : 反射鏡高
- α_i : 高低角 (i=1,2 以下同じ)
- f_i : 目標高
- i_i : セオドライトの器械高
- α_i' : α_i + dα_i
- dα_i : 高低角に対する補正量
- α_i' : 補正済みの高低角
- D : 測定距離

補正量は角度秒で求める。距離の単位はm、角度の単位は、度分秒とする。

2.2 偏心補正計算

2.2.1 正弦定理による計算

$$x = \sin^{-1} \left(\frac{e}{S} \sin \alpha \right)$$

(注) $\frac{e}{S}$ 又は $\frac{e}{S'} < \frac{1}{450}$ のときは、
 $S = S'$ として計算することができる。

2.2.2 二辺夾角による計算

$$x = \tan^{-1} \left(\frac{e \cdot \sin \alpha}{S' - e \cdot \cos \alpha} \right)$$

$$S = \sqrt{S'^2 + e^2 - 2S' \cdot e \cdot \cos \alpha}$$

偏心点 : 偏心角を測定した測点
 x : 偏心補正量
 S : P_1 と P_2 との距離
 S' : 偏心点と P_2 との距離
 e : 偏心距離
 $\alpha = t - \phi$
 t : 観測した水平角, ϕ : 偏心角

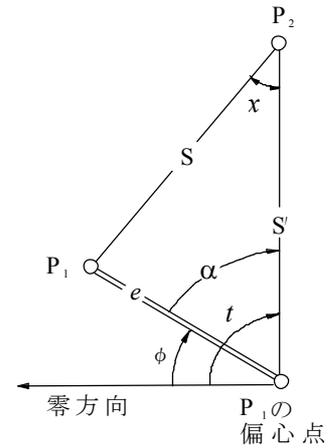


図 2. 2

2.2.3 相互偏心の計算

(1) S' が既知の場合

$$x = \tan^{-1} \left\{ \frac{e_1 \cdot \sin \alpha_1 + e_2 \cdot \sin \alpha_2}{S' - (e_1 \cdot \cos \alpha_1 + e_2 \cdot \cos \alpha_2)} \right\}$$

$$S = \sqrt{(S' - e_1 \cdot \cos \alpha_1 - e_2 \cdot \cos \alpha_2)^2 + (e_1 \cdot \sin \alpha_1 + e_2 \cdot \sin \alpha_2)^2}$$

(2) S が既知の場合

$$x = \sin^{-1} \left(\frac{e_1 \cdot \sin \alpha_1 + e_2 \cdot \sin \alpha_2}{S} \right)$$

P_1 : 測点 1
 P_2 : 測点 2
 P'_1 : P_1 の偏心点
 P'_2 : P_2 の偏心点
 x : 偏心補正量
 S : P_1 と P_2 との距離
 S' : P'_1 と P'_2 との距離
 e_1, e_2 : 偏心距離
 ϕ_1, ϕ_2 : 偏心角
 t_1, t_2 : 観測した水平角
 $\alpha_1 = t_1 - \phi_1$
 $\alpha_2 = (360^\circ + t_2) - \phi_2$

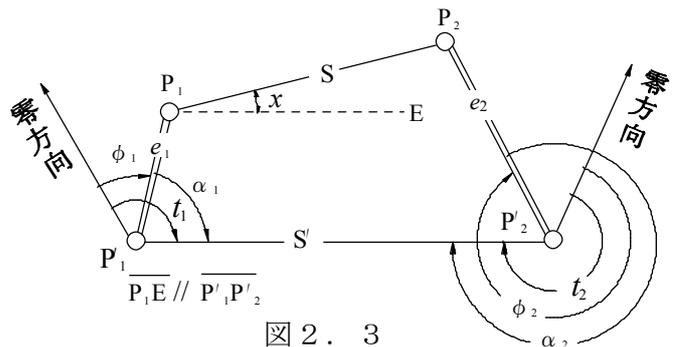


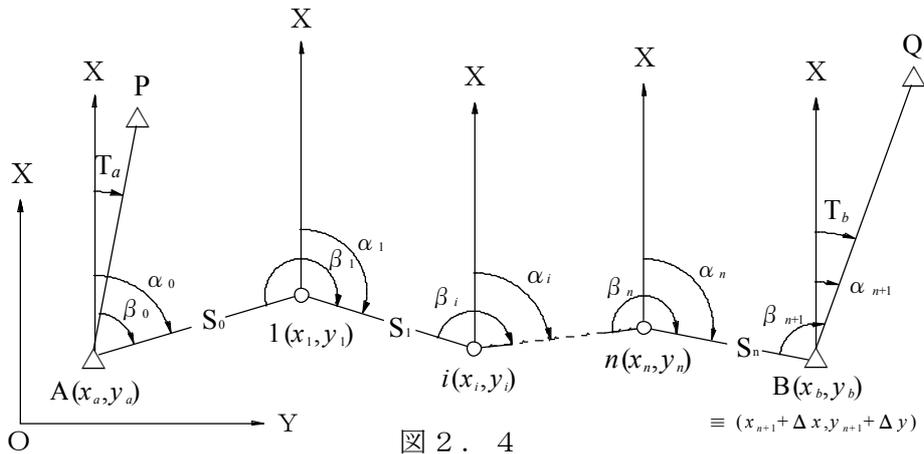
図 2. 3

2.2.4 偏心補正の符号

正とは、図 2. 2 において、 P_1 での水平角に補正する。反とは、 P_2 での水平角に補正することを示す。+は、計算した補正量の符号をそのまま加用する。-は、計算した補正量の符号を反して加用することを示す。

B・C・Pの関係	偏心角を測定した位置の区分		
	水平角観測を行った観測点B	測点の中心C	目標の中心P
$(B = P) \not\approx C$	正 : + 反 : +	正 : - 反 : -	正 : + 反 : +
$(B = C) \not\approx P$	反 : -	反 : -	反 : +
$B \not\approx (C = P)$	正 : +	正 : -	正 : -
$B \not\approx C \not\approx P$	$(B \not\approx C)$ 正 : +	$(B \not\approx C)$ 正 : - $(C \not\approx P)$ 反 : -	$(C \not\approx P)$ 反 : +

2.3 座標及び閉合差の計算 (方向角の取付を行った場合)
 〈多角路線の記号の説明〉



(既知件)

- A : 出発点 (既知点) x_a, y_b : Aの x, y 座標
- B : 結合点 (既知点) x_b, y_a : Bの x, y 座標
- T_a : 出発点の方向角
- T_b : 結合点の方向角

(観測件)

- β_i : 観測した水平角, (角数= $n+2$)
- α_i : 測点で次の点に対する方向角, (角数= $n+2$)
- S_i : 測点から次の点までの平面上の距離, (辺数= $n+1$)
- i : 測点番号, (点数= n)

(求 件)

- x_i, y_i : 測点 i の x, y 座標
- $\Delta x, \Delta y$: 座標の閉合差, $\Delta \alpha$: 方向角の閉合差

(その他の記号)

- X : 座標の x 軸の方向 Y : 座標の y 軸の方向
- P, Q : 既知点

2.3.1 方向角の計算

出発点Aの方向角 : $\alpha_0 = T_a + \beta_0$

測点 i の方向角 : $\alpha_i = \alpha_{i-1} + \beta_i \pm 180^\circ$

結合点Bの方向角 : $\alpha_{n+1} = \alpha_n + \beta_{n+1} \pm 180^\circ$

2.3.2 方向角の閉合差

$$\Delta a = T_b - \alpha_{n+1}$$

又は

$$\Delta a = T_b - T_a - \sum \beta + (n \pm 1)180^\circ$$

2.3.3 座標の近似値の計算

測点 1 の座標 : $x_1 = x_a + dx_1$, $y_1 = y_a + dy_1$

測点 i の座標 : $x_i = x_{i-1} + dx_i$, $y_i = y_{i-1} + dy_i$

ただし、

$$dx_i = S_i \cdot \cos \alpha_i$$

$$dy_i = S_i \cdot \sin \alpha_i$$

2.3.4 座標の閉合差

$$\Delta x = x_b - x_{n+1} = x_b - x_a - \sum dx$$

$$\Delta y = y_b - y_{n+1} = y_b - y_a - \sum dy$$

2.3.5 方向角の計算 (取付観測がない場合)

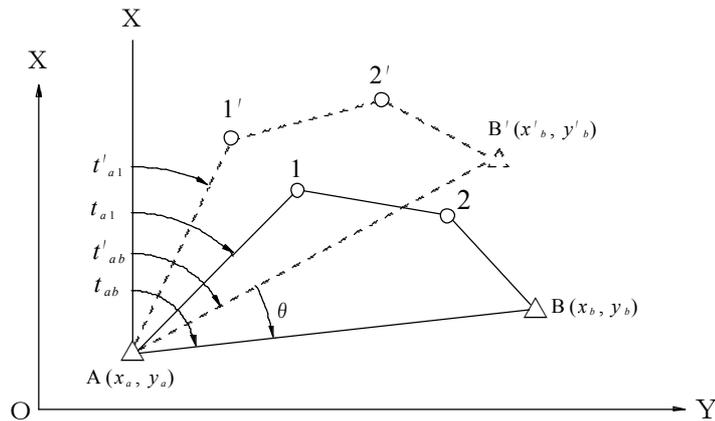


図 2. 5

—— : 計算で確定した多角路線

----- : 仮定の方角角で計算した多角路線

(既知件)

A : 出発点 x_a , y_a : 出発点の x , y 座標

B : 結合点 x_b , y_b : 結合点の x , y 座標

(観測件)

多角路線の辺長と新点及び節点における水平角

(求 件)

t_{a1} : Aから1に対する方向角

(計算式および記号)

t'_{a1} : 地形図等から求めたA点から1'点に対する仮定の方角角

(1'・2'・B'は仮定の方角角によって計算した各点の位置)

t'_{ab} : 仮定の方角角(A点からB'点に対する方向角)

$$t'_{ab} = \tan^{-1} \left(\frac{y'_b - y_a}{x'_b - x_a} \right)$$

t_{ab} : 出発点A点から結合点B点に対する方向角

$$t_{ab} = \tan^{-1} \left(\frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \right)$$

θ : 仮定方向角に対する修正量

$$\theta = t_{ab} - t'_{ab}$$

求件、A点から1に対する方向角

$$t_{a1} = t'_{a1} + \theta$$

2.4 座標の精算 (厳密水平網平均計算)

2.4.1 観測値を平面座標上へ変換するための補正計算

(1) 方向角の補正

$$(t-T)_{ij}' = -\frac{\rho''}{4 \cdot m_0^2 \cdot R_0^2} (y_j' + y_i') (x_j' - x_i') \\ + \frac{\rho''}{12 \cdot m_0^2 \cdot R_0^2} (x_j' - x_i') (y_j' - y_i')$$

$$t_{ij} = T_{ij} + (t-T)_{ij}'$$

(2) 距離の補正

$$\left(\frac{s}{S} \right)_{ij} = m_0 \left\{ 1 + \frac{1}{6 \cdot R_0^2 \cdot m_0^2} (y_i'^2 + y_i' y_j' + y_j'^2) \right\}$$

$$s_{ij} = S_{ij} \left(\frac{s}{S} \right)_{ij}$$

ただし、

t_{ij} : 平面座標上の観測方向角

T_{ij} : 基準面上の観測方向角

s_{ij} : 平面座標上の測定距離

S_{ij} : 基準面上の測定距離

m_0 : 座標系原点の縮尺係数 0.9999

R_0 : 座標系原点の平均曲率半径

x_i', y_i' : P_i 点の近似座標値

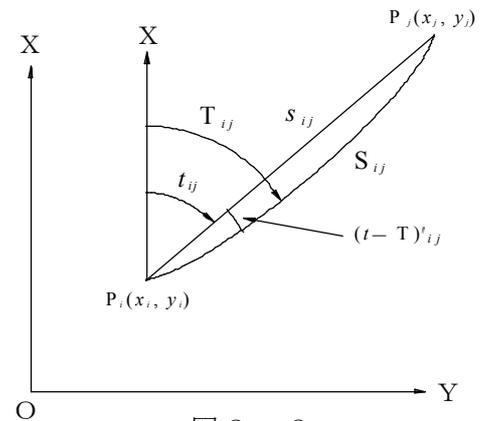


図 2. 6

2.4.2 観測方程式

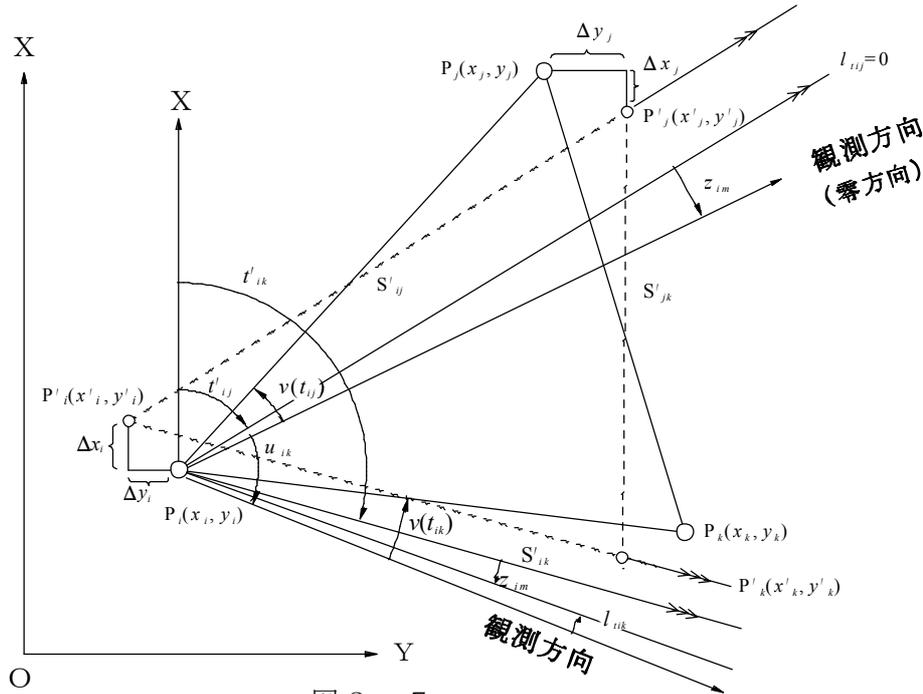


図 2. 7

(1) 方向観測の観測方程式

$$v(t_{ik}) = -z_{im} + a_{ik} \cdot \Delta x_i - b_{ik} \cdot \Delta y_i - a_{ik} \cdot \Delta x_k + b_{ik} \cdot \Delta y_k - l_{tik}$$

$$\text{重量 } p_{ik} = 1$$

(2) 距離観測の観測方程式

$$v(s_{ik}) = -b_{ik} \cdot \Delta x_i - a_{ik} \cdot \Delta y_i + b_{ik} \cdot \Delta x_k + a_{ik} \cdot \Delta y_k - l_{sik}$$

$$\text{重量 } p_{sik}$$

ただし、

x'_i, y'_i : P_i 点の座標の近似値 (m単位)

x_i, y_i : P_i 点の座標の最確値 (m単位)

$\Delta x_i, \Delta y_i$: P_i 点の座標の補正值 $x_i = x'_i + \Delta x_i, y_i = y'_i + \Delta y_i$

P_i 点が既知点のとき $\Delta x_i = \Delta y_i = 0$

S'_{ik} : P_i, P_k 間の平面座標上の近似距離 $\{(x'_k - x'_i)^2 + (y'_k - y'_i)^2\}^{1/2}$

a_{ik}, b_{ik} : 観測方程式の係数

$$a_{ik} = \frac{(y'_k - y'_i)}{S'_{ik}{}^2} \rho'', \quad b_{ik} = \frac{(x'_k - x'_i)}{S'_{ik}{}^2} \rho''$$

S_{ik} : P_i, P_k 間の平面座標上の測定距離 (m単位)

l_{sik} : 距離の観測方程式の定数項 $\rho'' (s_{ik} - S'_{ik}) / S'_{ik}$ (秒単位)

t'_{ij} : P_i 点における P_j (零方向) 方向の仮定方向角 $\tan^{-1}\{(y'_j - y'_i) / (x'_j - x'_i)\}$

t'_{ik} : P_i 点における P_k 方向の仮定方向角 $\tan^{-1}\{(y'_k - y'_i) / (x'_k - x'_i)\}$

z_{im} : 標定誤差、 P_i 点における m 組目の方向観測を方向角に換算するときの仮定方向角(t')に対する補正值 (秒単位)

u_{ik} : P_i 点における零方向(P_j 方向)を基準とした P_k 方向の観測角

l_{tik} : 方向の観測方程式の定数項 (秒単位)

$$l_{tik} = (t'_{ik} + u_{ik}) - t'_{ik}$$

$$l_{tij} = 0 \text{ (零方向)}$$

P_{ik} : 方向観測の重量, 常に1とする

p_{sik} : 距離観測の重量 $p_{sik} = \frac{m_t^2 \cdot s_{ik}^2}{(m_s^2 + \gamma^2 \cdot s_{ik}^2) \rho''^2}$
 m_t : 角の1方向の標準偏差 (秒単位)
 m_s : 測距儀における距離に無関係な標準偏差 (m単位)
 γ : 測距儀における距離に比例する誤差の比例定数
 $v(t_{ik})$: 方向観測の残差 (秒単位)
 $v(s_{ik})$: 距離観測の残差 (秒単位)
 m単位の場合の残差 = $s'_{ik} \cdot v(s_{ik}) / \rho''$

2.4.3 平均計算

(1) 観測方程式の行列表示

$$V = AX - L, P$$

ただし、

V : 残差のベクトル	} 行列要素の配置順位は、それぞれ対応している。 (観測値 - 概算値)
A : 係数の行列	
X : 未知数のベクトル	
L : 定数項のベクトル	
P : 重量の行列	

(2) 正規方程式の行列

$$NX = U$$

ただし、

$$N = A'PA, U = A'PL$$

A' は、 A の転置行列 [$A = (a_{ij})$ のとき、 $A' = (a_{ji})$] である。

(3) 解

$$X = N^{-1}U$$

N^{-1} は、 N の逆行列である。

(4) 座標の最確値

$$x_i = x'_i + \Delta x_i$$

$$y_i = y'_i + \Delta y_i$$

(5) 単位重量当たりの観測値の標準偏差 (M)

$$M = \sqrt{\frac{V'PV}{q - (\gamma + 2n)}}$$

M は、角度で表示する。

ただし、

V' : V の転置行列 γ : 方向観測の組の数

P : 観測値の重量 n : 新点の数

q : 観測方程式の数

(6) 座標の標準偏差

$$M_x = \frac{M}{\sqrt{P_x}} \quad \text{----- X座標の標準偏差}$$

$$M_y = \frac{M}{\sqrt{P_y}} \quad \text{----- Y座標の標準偏差}$$

$$M_s = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad \text{----- 座標の標準偏差}$$

M_x, M_y, M_s は、長さで表示する。

ただし、

P_x : Δx の重量 P_y : Δy の重量

(注) $1/P_x$, $1/P_y$ は、逆行列 N^{-1} の対角要素である。

2.5 標高及び閉合差の計算

2.5.1 高低差の計算

〈標高計算の説明〉

H_i : P_i 点の標高

i_i : P_i 点のセオドライト高

f_i : P_i 点の目標高

h : P_1 点と P_2 点との高低差

D : 測定距離

S : 基準面上の距離

Z_i : P_i 点で観測した鉛直角

α_i : P_i 点における高低角 , $\alpha_i = 90^\circ - Z_i$

$$h = D \cdot \sin\left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\right) + \frac{1}{2}(i_1 + f_1) - \frac{1}{2}(i_2 + f_2)$$

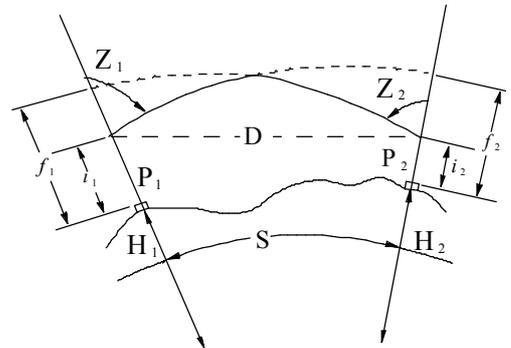


図 2. 8

(注) 必要に応じて正反に分けて計算を行う。

正方向 $H_2 = H_1 + D \cdot \sin \alpha_1 + i_1 - f_2 + K$

反方向 $H_2 = H_1 - D \cdot \sin \alpha_2 - i_2 + f_1 - K$

ただし、

$$K : \text{両差 (気差及び球差)} = \frac{(1-k)S^2}{2R} \quad k : \text{屈折係数}(0.133)$$

2.5.2 標高の閉合差

結合多角路線の閉合差

$$dh = H_b - H_a - \sum h$$

ただし、

dh : 閉合差 H_a : 出発点の標高 , H_b : 結合点の標高

2.5.3 標高の近似値の計算

高低網平均の近似値は標高の概算値を使用する。

$$H_2 = H_1 + h$$

2.6 標高の精算

2.6.1 観測した高低角の標石上面への補正計算

〈補正計算の説明〉

H_i : 標高

A_i : 測点 i から観測した高低角

$d\alpha_i$: A_i に対する補正量

α_i : A_i の補正後の高低角

i_i : セオドライト高

f_i : 目標高

i : 測点番号

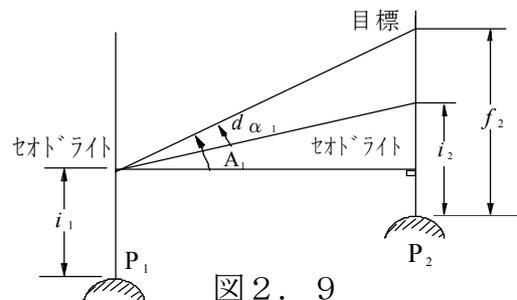


図 2. 9

(1) 正の高低角に対する補正量

$$d\alpha_1 = \tan^{-1} \left\{ \frac{(f_2 - i_1) \cos A_1}{\frac{S}{\cos A_1} - (f_2 - i_1) \sin A_1} \right\}$$

(2) 反の高低角に対する補正量

$$d\alpha_2 = \tan^{-1} \left\{ \frac{(f_1 - i_2) \cos A_2}{\frac{S}{\cos A_2} - (f_1 - i_2) \sin A_2} \right\}$$

ただし、

S は基準面上の距離 [2.6.2による]

(3) 補正した観測高低角

$$\alpha_1 = A_1 - d\alpha_1$$

$$\alpha_2 = A_2 - d\alpha_2$$

2.6.2 観測方程式

〈平均値・観測値・近似値の関係〉

P_i : 平均計算で確定した測点

H_i : 標高の最確値

P'_i : 近似値による測点

H'_i : 近似標高

Δh_i : 近似標高に対する補正量

α : 観測した高低角

$$\alpha = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$$

α' : 近似標高により求めた高低

$$\alpha' = \tan^{-1} \left\{ \frac{H_2 - H_1}{S} \left(1 - \frac{H_1 + H_2}{2R} \right) \right\}$$

S : 基準面上の距離

R : 平均曲率半径

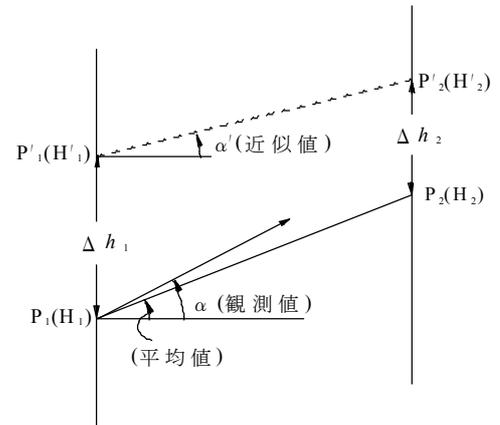


図 2.10

(1) 観測値の重量

正反を 1 組とした、 $\alpha = \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \right)$ の観測値の重量を 1 とする。

(2) 観測方程式の係数

$$C_1 = \frac{\cos^2 \alpha'}{S} \left(1 - \frac{H_1}{R} \right) \rho''$$

$$C_2 = \frac{\cos^2 \alpha'}{S} \left(1 - \frac{H_2}{R} \right) \rho''$$

(3) 観測方程式

$$v(\alpha) = -C_1 \Delta h_1 + C_2 \Delta h_2 - l_{12}$$

重量 = 1

ただし、

$$l_{12} = \alpha - \alpha'$$

$v(\alpha)$: 高低角の残差 (秒単位)

2.6.3 平均計算

(1) 観測方程式の行列表示は、2.4.3.(1)による。

(2) 正規方程式の行列は、2.4.3.(2)による。

(3) 解は2.4.3.(3)による。

(4) 標高の最確値

$$H_i = H'_i + \Delta h_i$$

(5) 単位重量当たりの観測値の標準偏差 (M)

$$M = \sqrt{\frac{V' PV}{q-n}}$$

Mは、角度で表示する。

ただし、記号は2.4.3.(5)と同じである。

(6) 標高の標準偏差 (M_h)

$$M_h = \frac{M}{\sqrt{P_h}}$$

M_hは、長さで表示する。

ただし、P_h : Δ_hの重量

2.7 簡易XY網平均

n : 1路線内の節点数(*k*=1, 2, ……*n*)

m : 路線数(*i*=1, 2, ……*m*)

S_i : $\sum_{k=1}^{n+1} s_k$: *i* 路線の観測距離の総和, *s* : 節点間の平面距離

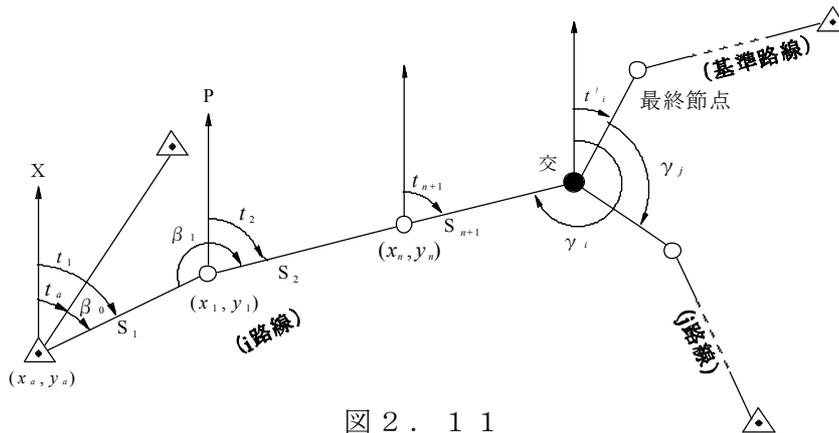


図 2 . 1 1

2.7.1 単純重量平均による方法 (交点1点の場合)

2.7.1.1 方向角の計算

(1) *i* 路線から求めた交点における基準路線の最終節点の方向角(*t_i'*)の計算

$$t'_i = t_1 + \sum_{k=1}^n \beta_k - (n \pm 1)180^\circ - \gamma_i$$

$$t_1 = t_a + \beta_0$$

t_a : 出発点における取り付け点(P)の方向角

t_k : (*k*-1)番目の節点における方向角(*k*=1, 2, ……*n*+1)

β_k : *k* 番目の節点における夾角(*k*=0, 1, 2, ……*n*)

出発点での方向角の取り付け観測がない場合(*k*=1, 2, ……*n*)

γ_i : 交点における基準路線の最終節点と *i* 路線の最終節点との夾角

(*i*=1, 2, ……*m*) , 基準路線の場合 *γ*=0

(2) 交点における基準路線の最終節点の平均方向角(t)の計算

$$t = \sum_{i=1}^m P_i t'_i / \sum_{i=1}^m P_i$$

P_i : i 路線の重量(i 路線の夾角の観測数の逆数)

(3) 閉合差(Δt)とその路線の夾角への補正值($\delta \beta$)

$$\Delta t = t - t'_i = \sum_{k=0}^n \delta \beta_k : i \text{ 路線の方向角の閉合差}$$

$\delta \beta_k$: k 番目の節点の夾角 β への補正值

出発点において方向角の取り付けのない場合($k=1, 2, \dots, n$)

2.7.1.2 座標計算

(1) i 路線から求めた交点の座標(x'_i, y'_i)

$$x'_i = x_0 + \sum_{k=1}^{n+1} dx_k \quad y'_i = y_0 + \sum_{k=1}^{n+1} dy_k$$

x_0, y_0 : 出発点の座標

$dx_k = s_k \cdot \cos t_k$: ($k-1$)点から k 点までの x 座標差

$dy_k = s_k \cdot \sin t_k$: ($k-1$)点から k 点までの y 座標差

(2) 交点における平均座標(x, y)の計算

$$x = \sum_{i=1}^m P_i x'_i / \sum_{i=1}^m P_i \quad y = \sum_{i=1}^m P_i y'_i / \sum_{i=1}^m P_i$$

$$P_i = 1 / S_i$$

(3) 閉合差($\Delta x, \Delta y$)とその路線の節点座標への補正值($\delta x, \delta y$)

$$\Delta x = x - x'_i = \sum_{k=1}^{n+1} \delta x_k : i \text{ 路線の交点における } x \text{ 座標の閉合差}$$

$$\Delta y = y - y'_i = \sum_{k=1}^{n+1} \delta y_k : i \text{ 路線の交点における } y \text{ 座標の閉合差}$$

$$\delta x_L = (\Delta x / S_i) \sum_{k=1}^L S_k : L \text{ 番目の節点座標}(x_L) \text{ への補正值}$$

$$\delta y_L = (\Delta y / S_i) \sum_{k=1}^L S_k : L \text{ 番目の節点座標}(y_L) \text{ への補正值}$$

2.7.1.3 高低計算

(1) i 路線から求めた交点の標高(H_i)

$$H'_i = H_0 + \sum_{k=1}^{n+1} dH_k$$

H_0 : 出発点の標高

$dH_k = s_k \cdot \tan \alpha_k$

α_k : $k-1$ 番目の節点における高低角

(2) 交点における平均標高(H)の計算

$$H = \sum_{i=1}^m P_i H'_i / \sum_{i=1}^m P_i$$

$$P_i = 1 / S_i$$

(3) 閉合差(ΔH)とその路線の節点標高への補正值(δH)

$$\Delta H = H - H'_i = \sum_{k=1}^{n+1} \delta H_k : i \text{ 路線の交点の座標の閉合差}$$

$$\delta H_L = (\Delta H / S_i) \sum_{k=1}^L S_k : i \text{ 路線の } L \text{ 番目の節点標高への補正值}$$

2.7.2 条件方程式による方法

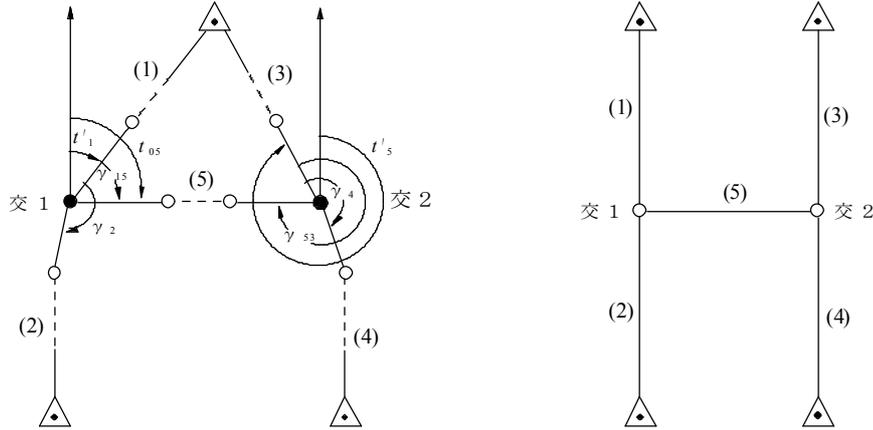


図 2. 1 2

2.7.2.1 条件方程式の組成

交点の平均方向角、平均座標及び平均標高の計算は次例により条件方程式（共通）を設ける。

$$v_1 - v_2 + W_1 = 0$$

$$v_3 - v_4 + W_2 = 0$$

$$v_1 - v_3 + v_5 + W_3 = 0$$

$v_1 v_2 \cdots v_5$: 各路線の方向角、座標、標高の補正量

W_1, W_2, W_3 : 各路線の方向角、座標、標高の閉合差

2.7.2.2 観測方向角 (t') 及び閉合差 (W_i) の計算

交点 1 において

$$t'_1 = t_{01} + \sum_{k=1}^{n_1} \beta_{1k} - (n_1 \pm 1)180^\circ - 0^\circ$$

$$t'_2 = t_{02} + \sum_{k=1}^{n_2} \beta_{2k} - (n_2 \pm 1)180^\circ - \gamma_2$$

交点 2 において

$$t'_3 = t_{03} + \sum_{k=1}^{n_3} \beta_{3k} - (n_3 \pm 1)180^\circ - 0^\circ$$

$$t'_4 = t_{04} + \sum_{k=1}^{n_4} \beta_{4k} - (n_4 \pm 1)180^\circ - \gamma_4$$

$$t'_5 = t_{05} + \sum_{k=1}^{n_5} \beta_{5k} - (n_5 \pm 1)180^\circ - \gamma_{53}$$

$$t'_{05} = t'_1 + \gamma_{15}$$

γ_{15} : 交点 1 における 1 路線の最終節点(零方向)と 5 路線の隣接接点との夾角

γ_{53} : 交点 2 における 5 路線の最終節点(零方向)と 3 路線の隣接接点との夾角

$$W_{t1} = t'_1 - t'_2$$

$$W_{t2} = t'_3 - t'_4$$

$$W_{t3} = t'_5 - t'_3$$

2.7.2.3 座標 (x' , y') 及び閉合差 (W_x , W_y) の計算

交点 1 において

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_{01} + \sum_{k=1}^{n1+1} dx_{1k} & y'_1 &= y_{01} + \sum_{k=1}^{n1+1} dy_{1k} \\ x'_2 &= x_{02} + \sum_{k=1}^{n2+1} dx_{2k} & y'_2 &= y_{02} + \sum_{k=1}^{n2+1} dy_{2k} \end{aligned}$$

交点 2 において

$$\begin{aligned} x'_3 &= x_{03} + \sum_{k=1}^{n3+1} dx_{3k} & y'_3 &= y_{03} + \sum_{k=1}^{n3+1} dy_{3k} \\ x'_4 &= x_{04} + \sum_{k=1}^{n4+1} dx_{4k} & y'_4 &= y_{04} + \sum_{k=1}^{n4+1} dy_{4k} \\ x'_5 &= x_{05} + \sum_{k=1}^{n5+1} dx_{5k} & y'_5 &= y_{05} + \sum_{k=1}^{n5+1} dy_{5k} \end{aligned}$$

$$dx_{ik} = s_{ik} \cdot \cos t_{ik} \quad dy_{ik} = s_{ik} \cdot \sin t_{ik}$$

$$W_{x1} = x'_1 - x'_2 \quad W_{y1} = y'_1 - y'_2$$

$$W_{x2} = x'_3 - x'_4 \quad W_{y2} = y'_3 - y'_4$$

$$W_{x3} = x'_5 - x'_3 \quad W_{y3} = y'_5 - y'_3$$

2.7.2.4 標高 (H') 及び閉合差 (W_H) の計算

交点 1 において

$$\begin{aligned} H'_1 &= H_{01} + \sum_{k=1}^{n1+1} dH_{1k} \\ H'_2 &= H_{02} + \sum_{k=1}^{n2+1} dH_{2k} \end{aligned}$$

交点 2 において

$$\begin{aligned} H'_3 &= H_{03} + \sum_{k=1}^{n3+1} dH_{3k} \\ H'_4 &= H_{04} + \sum_{k=1}^{n4+1} dH_{4k} \\ H'_5 &= H_{05} + \sum_{k=1}^{n5+1} dH_{5k} \end{aligned}$$

$$dH_{ik} = s_{ik} \cdot \tan \alpha_{ik}$$

α_{ik} : i 路線の $(k-1)$ 番目の節点における高低角

$$W_{H1} = H'_1 - H'_2$$

$$W_{H2} = H'_3 - H'_4$$

$$W_{H3} = H'_5 - H'_3$$

2.7.2.5 平均計算

(1) 条件方程式

$$CV + W = 0$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix}$$

(2) 相関方程式

$$V = (CP^{-1})^T K$$

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1/P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/P_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/P_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/P_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/P_5 \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix}$$

(3) 正規方程式と解

$$(CP^{-1}C^T)K + W = 0$$

$$K = -(CP^{-1}C^T)^{-1}W$$

$$V = (CP^{-1})^T (CP^{-1}C^T)^{-1}W$$

2.7.3 観測方程式による方法

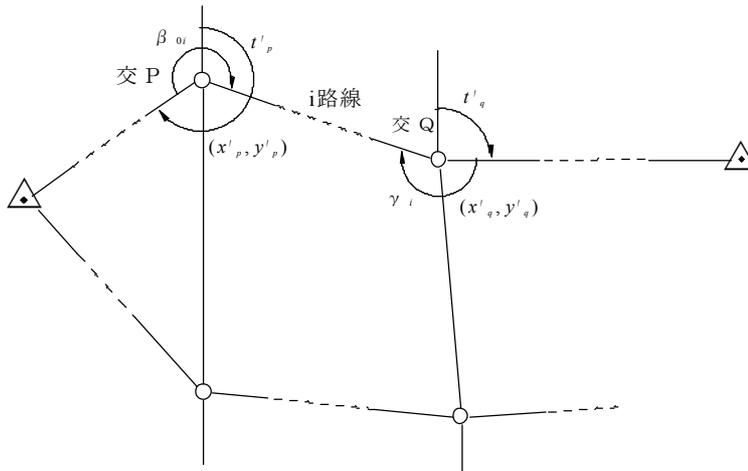


図 2 . 1 3

2.7.3.1 方向角の観測方程式

交点Pから交点Qまで(i 路線)の方向角の観測方程式は次式による。

$$v_i = -\delta t_p + \delta t_q - \{(t'_p - t'_q) + dt_i\} \quad \text{重量 } P_i$$

v_i : 偏差 (残差)

t'_p, t'_q : 交点P及び交点Qにおける零方向の仮定方向角

$\delta t_p, \delta t_q$: t'_p, t'_q に対する補正值

$$dt_i = \beta_{0i} + \sum_{k=1}^{n_i} \beta_{ik} - (n_i \pm 1)180^\circ - \gamma_i$$

β_{ik} : k 番目の節点における観測夾角

β_{0i} : 出発点における観測夾角

γ_i : 結合点における観測夾角

$P_i = 1 / (\text{観測夾角の数})$: 図の場合、観測夾角の数($n_i + 2$)

n_i : 節点数

2.7.3.2 座標の観測方程式

(1) 交点Pから交点Qまで(i 路線)の座標の観測方程式は次式による。

$$v_i = -\delta x_p + \delta x_q - \{(x'_p - x'_q) + dx_i\} \quad \text{重量 } P_i$$

$$v_i = -\delta y_p + \delta y_q - \{(y'_p - y'_q) + dy_i\} \quad \text{重量 } P_i$$

v_i : 偏差 (残差)

$(x'_p, y'_p), (x'_q, y'_q)$: 交点P及び交点Qの仮定座標

$(\delta x_p, \delta y_p), (\delta x_q, \delta y_q)$: 仮定座標に対する補正值

dx_i, dy_i : 交点PQ間 (i 路線) 観測座標差

$P_i = 1/S_i$ (S_i : PQ間の観測路線長)

(2) 既知点 (x, y) から交点 (x'_q, y'_q) までの観測方程式は次式による。

$$v_i = \delta x_q - \{(x - x'_q) + dx_i\} \quad \text{重量 } P_i$$

$$v_i = \delta y_q - \{(y - y'_q) + dy_i\} \quad \text{重量 } P_i$$

(3) 交点 (x'_p, y'_p) から既知点 (x, y) までの観測方程式は次式による。

$$v_i = -\delta x_p - \{(x'_p - x) + dx_i\} \quad \text{重量 } P_i$$

$$v_i = -\delta y_p - \{(y'_p - y) + dy_i\} \quad \text{重量 } P_i$$

2.7.3.3 標高の観測方程式

(1) 交点Pから交点Qまで (i 路線) の標高の観測方程式は次式による。

$$v_i = -\delta H_p + \delta H_q - \{(H'_p - H'_q) + dH_i\} \quad \text{重量 } P_i$$

v_i : 偏差 (残差)

H'_p, H'_q : 交点P及び交点Qの仮定標高

$\delta H_p, \delta H_q$: 仮定標高に対する補正值

dH_i : 交点PQ間の観測高低差

$P_i = 1/S_i$ (S_i : PQ間の観測路線長)

(2) 既知点(H)から交点(H_q)までの観測方程式は次式による。

$$v_i = \delta H_q - \{(H - H'_q) + dH_i\} \quad \text{重量 } P_i$$

(3) 交点(H_p)から既知点(H)までの観測方程式は次式による。

$$v_i = -\delta H_p - \{(H'_p - H) + dH_i\} \quad \text{重量 } P_i$$

2.7.3.4 正規方程式の組成及びその答解

方向角の観測方程式から正規方程式を組成し答解を行い、方向角の平均値を求める。
この方向角の平均結果から仮定座標を計算し、座標の正規方程式を組成し答解を行い、
平均座標値を求める。

標高の観測方程式から正規方程式を組成し答解を行い、標高の平均値を求める。

2.7.3.5 補正值の配布

(1) 交点PQ間 (i 路線) の角夾角 (β_{ik}) への補正 ($\delta \beta_k$)

$\delta \beta_k = \Delta \beta_i / (\text{夾角の観測値の数})$: 夾角 β_{ik} への補正值

$\Delta \beta_i = \sum \delta \beta_k = \beta_i - dt_i$: PQ路線の方向角の閉合差

$$\beta_i = (t'_q + \delta t_q) - (t'_p + \delta t_p)$$

(2) 交点PQ間の平均座標 (x_p, y_p) (x_q, y_q) 及び平均標高 (H_p, H_q)

$$x_p = x'_p + \delta x_p \quad x_q = x'_q + \delta x_q$$

$$y_p = y'_p + \delta y_p \quad y_q = y'_q + \delta y_q$$

$$H_p = H'_p + \delta H_p \quad H_q = H'_q + \delta H_q$$

(3) 交点PQ間 (i 路線) の各座標 (x'_{ik}, y'_{ik}) 及び各標高 (H'_{ik}) への補正

$$(\delta x_k, \delta y_k, \delta H_k)$$

i 路線におけるL番目の節点への補正值

$$\delta x_{iL} = (\Delta x_i / S_i) \sum_{k=1}^L s_k + \delta x_p$$

$$\delta y_{iL} = (\Delta y_i / S_i) \sum_{k=1}^L s_k + \delta y_p$$

$$\delta H_{iL} = (\Delta H_i / S_i) \sum_{k=1}^L s_k + \delta H_p$$

$$\begin{aligned}\Delta x_i &= \delta x_q - \delta x_p && : \text{交点PQ間}(i \text{ 路線})\text{の } x \text{ 座標の閉合差} \\ \Delta y_i &= \delta y_q - \delta y_p && : \text{交点PQ間}(i \text{ 路線})\text{の } y \text{ 座標の閉合差} \\ \Delta H_i &= \delta H_q - \delta H_p && : \text{交点PQ間}(i \text{ 路線})\text{の標高の閉合差}\end{aligned}$$

2.8 座標による方向角及び基準面上の距離の計算

2.8.1 方向角

$$t_{12} = \tan^{-1} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - (t - T)_{12}$$

ただし、

x_i, y_i : 測点1および測点2の座標

象限 : 第1象限 : $(y_2 - y_1) > 0, (x_2 - x_1) > 0$

第2象限 : $(y_2 - y_1) > 0, (x_2 - x_1) < 0$

第3象限 : $(y_2 - y_1) < 0, (x_2 - x_1) < 0$

第4象限 : $(y_2 - y_1) < 0, (x_2 - x_1) > 0$

$$(t - T)_{12} = \frac{\rho''}{4 \cdot m_0^2 \cdot R_0^2} (y_2 + y_1)(x_2 - x_1) + \frac{\rho''}{12 \cdot m_0^2 \cdot R_0^2} (x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$$

2.8.2 基準面上の距離

$$S_{12} = \frac{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}{\frac{s}{S}}$$

$$\frac{s}{S} = m_0 \left\{ 1 + \frac{1}{6 \cdot R_0^2 \cdot m_0^2} (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) \right\}$$

ただし、

R_0 = 平均曲率半径

m_0 : 0.9999

2.8.3 成果表に記載する縮尺係数

成果表に表示する縮尺係数は次式による。

$$m = m_0 \left(1 + \frac{3y^2}{6 \cdot R_0^2 \cdot m_0^2} \right)$$

ただし、

y : 当該点の y 座標

2.9 経緯度計算

座標を換算して緯度、経度及び子午線収差角を求める。

2.9.1 緯度

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_1 - \left(\frac{\tan \phi_1}{2 \cdot M_1 \cdot N_1} \right) \left(\frac{y}{m_0} \right)^2 \rho'' \\ &+ \left(\frac{\tan \phi_1}{24 \cdot M_1 \cdot N_1^3} \right) (5 + 3 \cdot \tan^2 \phi_1 + \eta_1^2 - 9 \cdot \eta_1^2 \cdot \tan^2 \phi_1 - 4 \cdot \eta_1^4) \left(\frac{y}{m_0} \right)^4 \rho'' \\ &- \left(\frac{\tan \phi_1}{720 \cdot M_1 \cdot N_1^5} \right) (61 + 90 \cdot \tan^2 \phi_1 + 45 \cdot \tan^4 \phi_1) \left(\frac{y}{m_0} \right)^6 \rho''\end{aligned}$$

2.9.2 経度

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta \lambda$$

$$\Delta \lambda = \left(\frac{1}{N_1 \cdot \cos \phi_1} \right) \left(\frac{y}{m_0} \right) \rho'' - \left(\frac{1 + 2 \cdot \tan^2 \phi_1 + \eta_1^2}{6 \cdot N_1^3 \cdot \cos \phi_1} \right) \left(\frac{y}{m_0} \right)^3 \rho''$$

$$+ \left(\frac{5 + 28 \cdot \tan^2 \phi_1 + 24 \cdot \tan^4 \phi_1}{120 \cdot N_1^5 \cdot \cos \phi_1} \right) \left(\frac{y}{m_0} \right)^5 \rho''$$

2.9.3 子午線収差角

$$\gamma = \left(\frac{\tan \phi_1}{N_1} \right) \left(\frac{y}{m_0} \right) \rho'' - \left(\frac{\tan \phi_1}{3 \cdot N_1^3} \right) (1 + \tan^2 \phi_1 - \eta_1^2) \left(\frac{y}{m_0} \right)^3 \rho''$$

$$+ \left(\frac{\tan \phi_1}{15 \cdot N_1^5} \right) (1 + \tan^2 \phi_1) (2 + 3 \cdot \tan^2 \phi_1) \left(\frac{y}{m_0} \right)^5 \rho''$$

2.9.4 縮尺係数

$$m = m_0 \left(1 + \frac{y^2}{2 \cdot M_1 \cdot N_1 \cdot m_0^2} + \frac{y^4}{24 \cdot M_1^2 \cdot N_1^2 \cdot m_0^4} \right)$$

ただし、

ϕ : 新点の緯度

λ_0 : 原点の経度

λ : 新点の経度

γ : 新点の子午線収差角

γ の符号は、新点の位置が当該座標系原点より東にあるときは負、西は正とする。

m : 新点の縮尺係数

$$m_0 = 0.9999$$

$$\eta_1^2 = e'^2 \cdot \cos^2 \phi_1$$

y : 新点のy座標

$$M_1 = \frac{c}{\sqrt{(1 + \eta_1^2)^3}}$$

$$N_1 = \frac{c}{\sqrt{1 + \eta_1^2}}$$

$$c = a \sqrt{1 + e'^2}$$

$$a = 6,378,137\text{m}$$

$$e' = \frac{\sqrt{2 \frac{1}{f} - 1}}{\frac{1}{f} - 1}$$

$$f = \frac{1}{298.257222101}$$

2.9.5 基準子午線と垂線（新点より）との交点の緯度

$$\phi_1 = (A_1 \theta + A_2 \cdot \sin 2 \theta + A_3 \cdot \sin 4 \theta + A_4 \theta \cdot \cos 2 \theta + A_5 \cdot \sin 6 \theta + A_6 \theta \cdot \cos 4 \theta$$

$$+ A_7 \theta^2 \cdot \sin 2 \theta + A_8 \cdot \sin 8 \theta + A_9 \theta \cdot \cos 6 \theta + A_{10} \theta^2 \cdot \sin 4 \theta + A_{11} \theta^3 \cdot \cos 2 \theta) \rho''$$

ただし、

$$\theta = \frac{M}{a}$$

$$M = S_0 + \frac{\text{新点のx座標}}{m_0}$$

$$a = 6,378,137\text{m}$$

$$\begin{aligned}
A_1 &= 1.00167851427 & A_7 &= -0.00000001419 \\
A_2 &= 0.00251882660 & A_8 &= 0.00000000002 \\
A_3 &= 0.00000370095 & A_9 &= 0.00000000007 \\
A_4 &= 0.00000845577 & A_{10} &= -0.00000000008 \\
A_5 &= 0.00000000745 & A_{11} &= -0.00000000002 \\
A_6 &= 0.00000002485
\end{aligned}$$

S_0 : 赤道から座標系原点 ϕ_0 までの子午線弧長

$$S_0 = a(1 - e^2) \left(A \phi_0 - \frac{B}{2} \sin 2\phi_0 + \frac{C}{4} \sin 4\phi_0 - \frac{D}{6} \sin 6\phi_0 + \frac{E}{8} \sin 8\phi_0 - \frac{F}{10} \sin 10\phi_0 \right)$$

ただし、

$$e = \sqrt{2f - f^2} \quad (\text{第1離心率})$$

$$\begin{aligned}
A &= 1.005\ 052\ 501\ 813\ 087 & D &= 0.000\ 000\ 020\ 820\ 379 \\
B &= 0.005\ 063\ 108\ 622\ 224 & E &= 0.000\ 000\ 000\ 039\ 324 \\
C &= 0.000\ 010\ 627\ 590\ 263 & F &= 0.000\ 000\ 000\ 000\ 071
\end{aligned}$$

(注) ϕ_1 は、他の計算式を用いて求めることができる。

2.10 経緯度を換算して座標及び子午線収差角を求める計算

2.10.1 x 座標

$$\begin{aligned}
\frac{x}{m_0} &= (S - S_0) + \frac{N}{2} \sin \phi \cdot \cos \phi \left(\frac{\Delta \lambda}{\rho''} \right)^2 + \frac{N}{24} \sin \phi \cdot \cos^3 \phi (5 - \tan^2 \phi + 9\eta^2 + 4\eta^4) \left(\frac{\Delta \lambda}{\rho''} \right)^4 \\
&\quad + \frac{N}{720} \sin \phi \cdot \cos^5 \phi (61 - 58 \cdot \tan^2 \phi + \tan^4 \phi) \left(\frac{\Delta \lambda}{\rho''} \right)^6
\end{aligned}$$

2.10.2 y 座標

$$\begin{aligned}
\frac{y}{m_0} &= N \cdot \cos \phi \left(\frac{\Delta \lambda}{\rho''} \right) + \frac{N}{6} \cos^3 \phi (1 - \tan^2 \phi + \eta^2) \left(\frac{\Delta \lambda}{\rho''} \right)^3 \\
&\quad + \frac{N}{120} \cos^5 \phi (5 - 18 \cdot \tan^2 \phi + \tan^4 \phi) \left(\frac{\Delta \lambda}{\rho''} \right)^5
\end{aligned}$$

2.10.3 子午線収差角

$$\gamma = \sin \phi \cdot \Delta \lambda + \frac{1}{3} \sin \phi \cdot \cos^2 \phi (1 + 3\eta^2 + 2\eta^4) \frac{\Delta \lambda^3}{\rho''^2} + \frac{1}{15} \sin \phi \cdot \cos^4 \phi (2 - \tan^2 \phi) \frac{\Delta \lambda^5}{\rho''^4}$$

ただし、

x, y : 新点の座標

γ : 新点の子午線収差角

ϕ : 新点の緯度

$\Delta \lambda = \lambda - \lambda_0$ λ_0 : 座標系原点の経度 λ : 新点の経度

S_0 : 2.9.5による。

S : 2.9.5の ϕ_0 を新点の緯度 ϕ で求める。

$$\eta^2 = e'^2 \cdot \cos^2 \phi \quad N = \frac{c}{\sqrt{1 + \eta^2}}$$

3 GPS測量機を使用した場合の計算式

3.1 楕円体の変換

3.1.1 経緯度及び高さから地心直交座標系への変換

$$X = (N + h) \cos \phi \cdot \cos \lambda$$

$$Y = (N + h) \cos \phi \cdot \sin \lambda$$

$$Z = \{N(1 - e^2) + h\} \sin \phi$$

$$h = H + H_g$$

ただし、

ϕ : 緯度 λ : 経度

H : 標高 H_g : ジオイド高

N : 卯酉線曲率半径 e : 第一離心率

h : 楕円体高

3.1.2 地心直交座標系から経緯度及び高さへの変換

$$\phi = \tan^{-1} \frac{Z}{(P - e^2 \cdot N_{i-1} \cdot \cos \phi_{i-1})} \quad (\phi \text{ は繰り返し計算})$$

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{Y}{X}$$

$$h = \frac{P}{\cos \phi} - N$$

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

ただし、

ϕ の収束条件 : $|\phi_i - \phi_{i-1}| \leq 10^{-12} \text{ (rad)}$

ϕ_i : i 回目の計算結果

$$\phi_0 : \tan^{-1} \frac{Z}{P}$$

3.2 偏心補正計算

3.2.1 偏心補正計算に必要な距離計算

$$D = \sqrt{(D' \cdot \cos \alpha_m)^2 + (D' \cdot \sin \alpha_m + i_1 - f_2)^2}$$

$$\alpha_m = \frac{(\alpha_1' - \alpha_2')}{2}$$

ただし、

D : 本点と偏心点の斜距離

D' : 測定した斜距離

α_1', α_2' : 観測高低角

i_1, i_2 : セオドライトの器械高

f_1, f_2 : 目標高

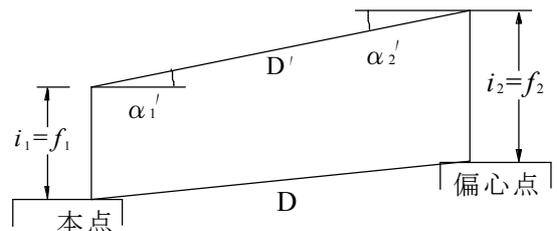


図 3. 1

3.2.2 偏心補正計算に必要な高低角に対する補正計算

$$\alpha_1 = \alpha_1' + d\alpha_1$$

$$\alpha_2 = \alpha_2' + d\alpha_2$$

$$d\alpha_1 = \sin^{-1} \frac{(i_1 - f_2) \cos \alpha_1'}{D}$$

$$d\alpha_2 = \sin^{-1} \frac{(i_2 - f_1) \cos \alpha_2'}{D}$$

ただし、

α_1, α_2 : 本点と偏心点の高低角

α_1', α_2' : 観測高低角

$d\alpha_1, d\alpha_2$: 高低角の補正量

D : 本点と偏心点の斜距離

i_1, i_2 : セオドライトの器械高

f_1, f_2 : 目標高

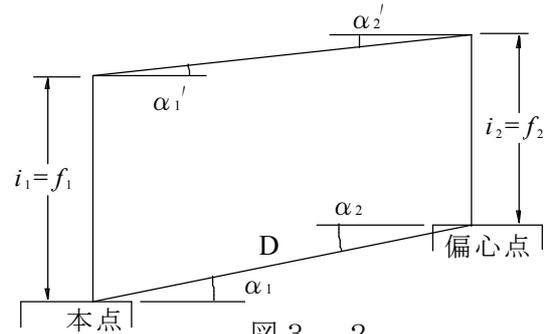


図 3. 2

3.2.3 偏心補正計算に必要な方位角の計算

(1) 偏心点から本点の方位角

$$\beta = \beta_0 + \theta$$

$$\beta_0 = \tan^{-1} \frac{D_y}{D_x}$$

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \phi \cdot \cos \lambda & -\sin \phi \cdot \sin \lambda & \cos \phi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \phi \cdot \cos \lambda & \cos \phi \cdot \sin \lambda & \sin \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \\ \Delta z' \end{pmatrix}$$

ただし、

β : 偏心点から本点の方位角

β_0 : 方位標の方位角

θ : 偏心角

D_x, D_y, D_z : 基線ベクトルの地平座標系における成分

ϕ : 偏心点の緯度

λ : 偏心点の経度

$\Delta x', \Delta y', \Delta z'$: 基線ベクトルの地心直交座標系における成分

(偏心点と方位標の座標差)

(2) 本点から偏心点の方位角計算

$$\beta' = \beta + 180^\circ - \gamma$$

$$\gamma = \frac{S' \cdot \sin \beta' \cdot \tan \phi_c}{N_c}$$

$$S' = \frac{D \cdot \cos \alpha_m \cdot R}{(R + h_m)}$$

$$\phi_c = \phi_1 + \frac{x}{M}$$

$$X = S' \cdot \cos \beta'$$

$$\alpha_m = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{2}$$

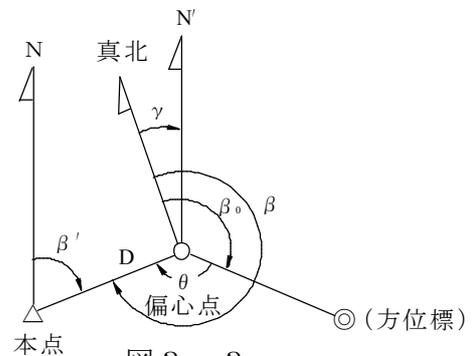


図 3. 3

$$h_m = \frac{(h_1 + h_2)}{2}$$

$$R = \sqrt{M \cdot N_c}$$

ただし、

β : 偏心点から本点の方位角 3.2.3. (1) で計算した値を使用する

γ : 子午線収差角

S' : 基準面上の距離

D : 本点と偏心点の斜距離

ϕ_1 : 本点の緯度

N_c : 卯酉線曲率半径 (引数は ϕ_c とする)

M : 子午線曲率半径 (引数は ϕ_1 とする)

R : 平均曲率半径 (引数は ϕ_1 とする)

α_1, α_2 : 本点と偏心点の高低角

h_1, h_2 : 本点と偏心点の楕円体高

(注) γ の計算は最初、 $\beta'_0 = \beta + 180^\circ$ の値で計算し、 $|\beta' - \beta'_0| \leq 0.1''$ を満たすまで繰り返す。

3.2.4 偏心補正計算

基線ベクトルの地平座標系における成分を地心直交座標系における成分に変換する

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \phi \cdot \cos \lambda & -\sin \lambda & \cos \phi \cdot \cos \lambda \\ -\sin \phi \cdot \sin \lambda & \cos \lambda & \cos \phi \cdot \sin \lambda \\ \cos \phi & 0 & \sin \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \cdot \cos \alpha_m \cdot \cos \beta \\ D \cdot \cos \alpha_m \cdot \sin \beta \\ D \cdot \sin \alpha_m \end{pmatrix}$$

$$\alpha_m = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{2}$$

ただし、

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$: 偏心補正量

ϕ : 本点の緯度

λ : 本点の経度

D : 本点と偏心点の斜距離

α_1, α_2 : 本点と偏心点の高低角

β : 本点から偏心点又は偏心点から本点の方位角

3.2.5 偏心補正の方法

(1) 偏心点及び本点で偏心角を観測した場合

$$\begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta X_{ob} \\ \Delta Y_{ob} \\ \Delta Z_{ob} \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

ただし、

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$: 偏心補正後の 2 点間の座標差
(地心直交座標系における成分)

$\Delta X_{ob}, \Delta Y_{ob}, \Delta Z_{ob}$: 偏心点で観測した 2 点間の座標差
(地心直交座標系における成分)

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$: 偏心補正量
(3.2.4 で計算した値を使用する)

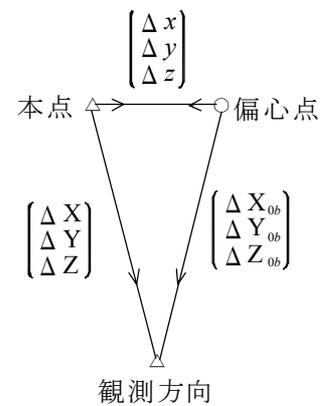


図 3. 4

(2) 偏心率の座標が未知の場合

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

ただし、

X, Y, Z : 偏心率の座標 (地心直交座標系における成分)

X_1, Y_1, Z_1 : 本点の座標 (地心直交座標系における成分)

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$: 偏心率補正量 (3.2.4で計算した値を使用する)

3.3 点検計算の許容範囲に使用する閉合差、較差及び環閉合差 $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ から $\Delta N, \Delta E, \Delta U$ への変換計算

3.3.1 電子基準点間の閉合差

$$\begin{pmatrix} \Delta N \\ \Delta E \\ \Delta U \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}$$

ただし、

ΔN : 水平面の南北方向の閉合差

ΔE : 水平面の東西方向の閉合差

ΔU : 高さ方向の閉合差

ΔX : 地心直交座標 X 軸成分の閉合差

ΔY : 地心直交座標 Y 軸成分の閉合差

ΔZ : 地心直交座標 Z 軸成分の閉合差

$$R = \begin{pmatrix} -\sin \phi \cdot \cos \lambda & -\sin \phi \cdot \sin \lambda & \cos \phi \\ -\sin \lambda & -\cos \lambda & 0 \\ \cos \phi \cdot \cos \lambda & \cos \phi \cdot \sin \lambda & \sin \phi \end{pmatrix}$$

ϕ, λ は、測量地域内の任意の既知点の緯度、経度値とする

3.3.2 重複辺の較差

3.3.1の内 $\Delta X \Delta Y \Delta Z$ を

ΔX : 基線ベクトル X 軸成分の較差

ΔY : 基線ベクトル Y 軸成分の較差

ΔZ : 基線ベクトル Z 軸成分の較差

3.3.3 基線ベクトルの環閉合差

3.3.1の内 $\Delta X \Delta Y \Delta Z$ を

ΔX : 基線ベクトル X 軸成分の環閉合差

ΔY : 基線ベクトル Y 軸成分の環閉合差

ΔZ : 基線ベクトル Z 軸成分の環閉合差

3.4 網平均計算

3.4.1 GPS 基線ベクトル

$$\begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N_i + h_i) \cos \phi_i \cdot \cos \lambda_i \\ (N_i + h_i) \cos \phi_i \cdot \sin \lambda_i \\ \{N_i(1 - e^2) + h_i\} \sin \phi_i \end{pmatrix}_{i=1,2}$$

3.4.2 観測方程式

(1) 地心直交座標 (X, Y, Z) による観測方程式

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta X_2 \\ \delta Y_2 \\ \delta Z_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta X_1 \\ \delta Y_1 \\ \delta Z_1 \end{pmatrix} + M_\xi \begin{pmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{pmatrix} \xi + M_\eta \begin{pmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{pmatrix} \eta + M_\alpha \begin{pmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{pmatrix} \alpha + \begin{pmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Delta X_{0b} \\ \Delta Y_{0b} \\ \Delta Z_{0b} \end{pmatrix}$$

(残差)(未知量) (未知量) (概算値) (観測値)

(注) 鉛直線偏差及び鉛直軸の微小回転を推定しない場合は、 ξ 、 η 、 α の項は除く。

$$M_\xi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\cos \lambda_0 \\ 0 & 0 & -\sin \lambda_0 \\ \cos \lambda_0 & \sin \lambda_0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_\eta = \begin{pmatrix} 0 & -\cos \phi_0 & -\sin \phi_0 \cdot \sin \lambda_0 \\ \cos \phi_0 & 0 & \sin \phi_0 \cdot \cos \lambda_0 \\ \sin \phi_0 \cdot \sin \lambda_0 & -\sin \phi_0 \cdot \cos \lambda_0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sin \phi_0 & -\cos \phi_0 \cdot \sin \lambda_0 \\ -\sin \phi_0 & 0 & \cos \phi_0 \cdot \cos \lambda_0 \\ \cos \phi_0 \cdot \sin \lambda_0 & -\cos \phi_0 \cdot \cos \lambda_0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xi = \phi_a - \phi_g$$

$$\eta = (\lambda_a - \lambda_g) \cos \phi_a$$

ただし、

ϕ_0, λ_0 : 既知点 (任意) の緯度, 経度

ξ : 鉛直線偏差の子午線方向の成分

η : 鉛直線偏差の卯酉線方向の成分

ϕ_a, λ_a : 天文緯度, 天文経度

ϕ_g, λ_g : 測地緯度, 測地経度

α : 網の鉛直軸の微小回転

(2) 測地座標 (緯度 ϕ 、経度 λ 、楕円体高 h) による観測方程式

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = m_2 \begin{pmatrix} \delta \phi_2 \\ \delta \lambda_2 \\ \delta h_2 \end{pmatrix} - m_1 \begin{pmatrix} \delta \phi_1 \\ \delta \lambda_1 \\ \delta h_1 \end{pmatrix} + M_\xi \begin{pmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{pmatrix} \xi + M_\eta \begin{pmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{pmatrix} \eta + M_\alpha \begin{pmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{pmatrix} \alpha + \begin{pmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Delta X_{0b} \\ \Delta Y_{0b} \\ \Delta Z_{0b} \end{pmatrix}$$

(残差) (未知量) (未知量) (概算値) (観測値)

(注) 鉛直線偏差及び鉛直軸の微小回転を推定しない場合は、 ξ 、 η 、 α の項は除く。

$$m_i = \begin{pmatrix} -(M_i + h_i) \sin \phi_i \cdot \cos \lambda_i & -(N_i + h_i) \cos \phi_i \cdot \sin \lambda_i & \cos \phi_i \cdot \cos \lambda_i \\ -(M_i + h_i) \sin \phi_i \cdot \sin \lambda_i & (N_i + h_i) \cos \phi_i \cdot \cos \lambda_i & \cos \phi_i \cdot \sin \lambda_i \\ (M_i + h_i) \cos \phi_i & 0 & \sin \phi_i \end{pmatrix} \quad (i=1, 2)$$

3.4.3 観測の重み

(1) 基線解析で求めた値による計算式

$$P = (\Sigma_{\Delta X, \Delta Y, \Delta Z})^{-1}$$

(2) 水平及び高さの分散を固定値とした値による計算式

$$\Sigma_{\Delta X, \Delta Y, \Delta Z} = R^T \cdot \Sigma_{N, E, U} \cdot R$$

ただし、

P : 重量行列

$\Sigma_{\Delta X, \Delta Y, \Delta Z}$: ΔX , ΔY , ΔZ の分散・共分散行列

$$\Sigma_{N,E,U} = \begin{pmatrix} d_N & 0 & 0 \\ 0 & d_E & 0 \\ 0 & 0 & d_U \end{pmatrix}$$

d_N : 水平面の南北方向の分散

d_E : 水平面の東西方向の分散

d_U : 高さ方向の分散

$$R = \begin{pmatrix} -\sin \phi \cdot \cos \lambda & -\sin \phi \cdot \sin \lambda & \cos \phi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \phi \cdot \cos \lambda & \cos \phi \cdot \sin \lambda & \sin \phi \end{pmatrix}$$

ϕ , λ は測量地域内の任意の既知点の緯度、経度値とする

3.4.4 平均計算

$$V = AX - L$$

$$(A^T P A) X = (A^T P L)$$

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L$$

$$P = \begin{pmatrix} \sigma_{\Delta X \Delta X} & \sigma_{\Delta X \Delta Y} & \sigma_{\Delta X \Delta Z} \\ \sigma_{\Delta Y \Delta X} & \sigma_{\Delta Y \Delta Y} & \sigma_{\Delta Y \Delta Z} \\ \sigma_{\Delta Z \Delta X} & \sigma_{\Delta Z \Delta Y} & \sigma_{\Delta Z \Delta Z} \end{pmatrix}^{-1}$$

ただし、

V : 残差のベクトル

A : 未知数の係数行列

X : 未知数のベクトル

L : 定数項のベクトル

P : 重量行列

3.4.5 平均計算後の観測値の単位重量当たりの標準偏差

$$M = \sqrt{\frac{V^T P V}{3(m-n)}} \quad \begin{array}{l} m : \text{基線数} \\ n : \text{未知点数} \end{array}$$

3.4.6 未知点座標の平均値の標準偏差

(1) 地心直交座標

$$X \text{の標準偏差} : \sigma_x = M \cdot \sqrt{(\sigma_{\Delta X \Delta X})}$$

$$Y \text{の標準偏差} : \sigma_y = M \cdot \sqrt{(\sigma_{\Delta Y \Delta Y})}$$

$$Z \text{の標準偏差} : \sigma_z = M \cdot \sqrt{(\sigma_{\Delta Z \Delta Z})}$$

(2) 測地座標

$$\phi \text{の標準偏差} : \sigma_n = M \cdot \sqrt{(\sigma_{\phi \phi})} \cdot (M' + h)$$

$$\lambda \text{の標準偏差} : \sigma_e = M \cdot \sqrt{(\sigma_{\lambda \lambda})} \cdot (N + h) \cdot \cos \phi$$

$$h \text{の標準偏差} : \sigma_h = M \cdot \sqrt{(\sigma_{h h})}$$

ただし、

$\sigma_{\phi\phi}$, $\sigma_{\lambda\lambda}$, σ_{hh} : 重み係数行列の非対角要素
 M' : 子午線曲率半径
 N : 卯酉線曲率半径

3.5 ジオイド高算出のための補間計算

$$N_g = (1-t)(1-u)N_{g(i,j)} + (1-t)u \cdot N_{g(i,j+1)} + t(1-u)N_{g(i+1,j)} + t \cdot u \cdot N_{g(i+1,j+1)}$$

ただし、

ϕ_i : i 格子の緯度
 λ_j : j 格子の経度
 $N_{g(i,j)}$: (i, j) 格子のジオイド高
 ϕ : 求点の緯度
 λ : 求点の経度
 N : 求点のジオイド高

$$t = \frac{\phi - \phi_i}{\phi_{i+1} - \phi_i}$$

$$u = \frac{\lambda - \lambda_j}{\lambda_{j+1} - \lambda_j}$$

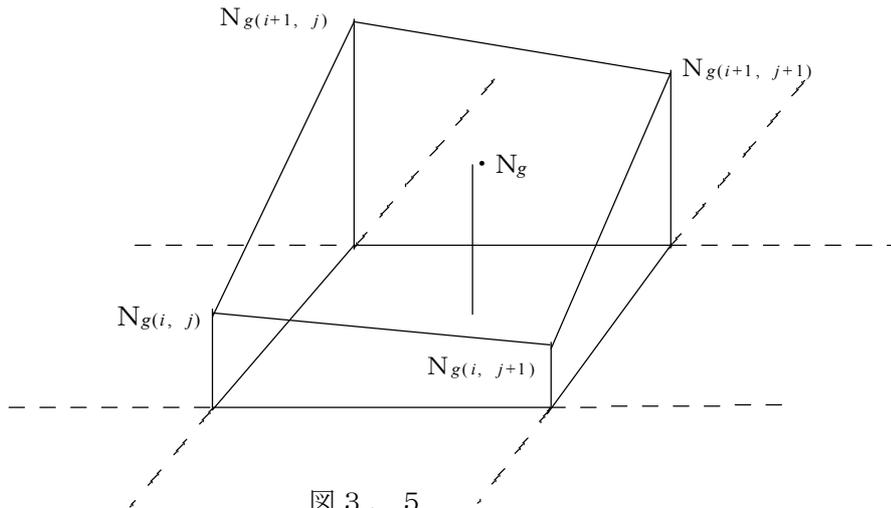


図 3. 5

(注) 求点のジオイド高は、求点を最も近く取り囲む 4 格子のジオイド高から求める。

4 本計算式のほか、これと同精度もしくはこれをうわまわる精度を有することが確認できる場合には、当該計算式を使用することができる。

水準測量

1. 観測比高に対する補正計算

$$h = \Delta H + \Delta C + \Delta G$$

ただし、

- h : 高低差 (m単位)
- ΔH : 観測高低差 (m単位)
- ΔC : 標尺補正量 (m単位)
- ΔG : 正標高補正量 (m単位)

1.1 標尺定数補正

$$\Delta C = \{C_0 + (T - T_0)\alpha\} \Delta H$$

ただし、

- ΔC : 標尺補正量 (m単位)
- C_0 : 基準温度における標尺定数 (単位長さあたりの補正量) (m単位)
- T : 観測時の測定温度 (°C単位)
- T_0 : 基準温度 (°C単位)
- α : 膨張係数
- ΔH : 観測高低差 (m単位)

1.2 正規正標高補正計算 (楕円補正)

$$K = 5.29 \cdot \sin(B_1 + B_2) \frac{B_1 - B_2}{\rho'} H$$

ただし、

- K : 正規正標高補正量 (mm単位)
- B_1, B_2 : 水準路線の出発点及び終末点 (又は変曲点) の緯度 (分単位)
- H : 水準路線の平均標高 (m単位)

$$\rho' = \frac{180^\circ}{\pi} \times 60'$$

1.3 正標高補正計算 (実測の重力値による補正)

$$\Delta G = \left\{ \left(\frac{g_i + g_j}{2} \right) - \gamma_0 \right\} \Delta h / \gamma_0 + H_i (G_i - \gamma_0) / \gamma_0 - H_j (G_j - \gamma_0) / \gamma_0$$

ただし、

- ΔG : 正標高補正量 (mm単位)
- g_i, g_j : 水準点 i, j における重力値 (地表重力値 (mGal単位))
- ΔH : 水準点 i から j の観測比高 (m単位)
- γ_0 : 980619.92mGal (緯度45° における正規重力値 (mGal単位))
- H_i, H_j : 水準点 i, j における高低差 (正標高 (m単位))
- G_i, G_j : 水準点 i, j における鉛直平均重力値 (mGal単位)
(地表からジオイド面までの平均重力値)
 $G_i = g_i + 0.0424H_i$
 $G_j = g_j + 0.0424H_j$

2 水準測量観測の標準偏差

$$m_0 = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \Sigma \left(\frac{U_i^2}{S_i} \right) \frac{1}{n}}$$

ただし、

m_0 : 1km当たりの観測の標準偏差 (mm単位)

U_i : 各鎖部の往復差 (mm単位)

S_i : 各鎖部の距離 (km単位)

n : 鎖部数

3 水準網平均計算

(1) 観測方程式による場合

① 観測方程式

$$v_{12} = -x_1 + x_2 - (H_1 - H_2 + \Delta H_{12}) \quad , \quad P_{12}$$

$$v_{23} = -x_2 + x_3 - (H_2 - H_3 + \Delta H_{23}) \quad , \quad P_{23}$$

.....

$$v_{ij} = -x_i + x_j - (H_i - H_j + \Delta H_{ij}) \quad , \quad P_{ij}$$

ただし、

H_i, H_j : 水準点 ij の仮定標高

x_i, x_j : 水準点 ij の仮定標高に対する補正值

ΔH_{ij} : 水準点 ij 間の観測高低差

v_{ij} : 水準点 ij 間の観測高低差の残差

P_{ij} : 水準点 ij 間の観測高低差の重量

行列表示にすると、

$$V = AX - L \quad , \quad P$$

ただし、

V : 残差のベクトル

X : 未知数 (仮定標高に対する補正值) のベクトル

A : 未知数の係数の行列

L : 定数項のベクトル

P : 重量の行列

ただし、各マトリックス、ベクトルの内容は次のとおり

$$V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix}_{(m,1)}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{(m,n)}$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}_{(n,1)}, \quad L = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_m \end{pmatrix}_{(m,1)}, \quad P = \begin{pmatrix} p_1 & & 0 \\ & p_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & p_m \end{pmatrix}_{(m,m)}$$

ただし、

v_k : k 番目に関する v_{ij}

l_k : k 番目に関する $(H_i - H_j + \Delta H_{ij})$

P_k : k 番目に関する P_{ij}

$$P_{ij} = \frac{1}{S_{ij}}$$

S_{ij} : 水準点 ij 間の路線長

② 正規方程式

$$(A^T P A) X = (A^T P L)$$

$$\therefore X = (A^T P A)^{-1} A^T P L$$

③ 平均の結果

イ. 単位重量当たりの観測の標準偏差 (m_0)

$$m_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{(m-n)}}$$

ただし、

m : 観測方程式の数

n : 未知数の数

ロ. 未知点の平均標高の標準偏差

$$M_1 = m_0 \sqrt{q_{11}}, M_2 = m_0 \sqrt{q_{22}}, \dots, M_n = m_0 \sqrt{q_{nn}}$$

ただし、

$$Q_{(n,n)} = (A^T P A)^{-1} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{n1} & q_{n2} & \dots & q_{nn} \end{pmatrix}$$

(2) 条件方程式による場合

① 条件方程式

$$b_{11} v_1 + b_{12} v_2 + \dots + b_{1m} v_m + \omega_1 = 0$$

$$b_{21} v_1 + b_{22} v_2 + \dots + b_{2m} v_m + \omega_2 = 0$$

$$\dots$$

$$b_{r1} v_1 + b_{r2} v_2 + \dots + b_{rm} v_m + \omega_r = 0$$

ただし、 ω : 環閉合差

v : 路線の高低差の補正量

行列表示にすると、

$$B V + W = 0$$

ただし、

B : 未知数の係数の行列

V : 残差のベクトル

W : 閉合差のベクトル

ただし、各マトリックス、ベクトルの内容は次のとおり

$$B_{(r,m)} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{r1} & b_{r2} & \dots & b_{rm} \end{pmatrix}, \quad V_{(m,1)} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix}, \quad W_{(r,1)} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_r \end{pmatrix}$$

② 相関方程式

$$V = (BP^{-1})^T \cdot K$$

ただし、

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1/p_1 & & & 0 \\ & 1/p_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1/p_m \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_r \end{pmatrix}$$

K : 相関係数 (未定係数) のベクトル

③ 正規方程式

$$(BP^{-1}B^T)K + W = 0$$

$$\therefore K = -(BP^{-1}B^T)^{-1} \cdot W$$

④ 平均の結果

単位重量当たりの観測の標準偏差

$$m_0 = \sqrt{\frac{-K^T W}{r}}$$

ただし、r : 条件方程式の数

4 変動補正計算

$$\Delta h = \frac{\Delta H_2 - \Delta H_1}{T_2 - T_1} (T - T_2)$$

ただし、

Δh : h_2 に対する変動補正量

T_1 : 旧観測月日

T_2 : 新観測月日

T : 統一する月日

ΔH_1 : T_1 における観測高低差

ΔH_2 : T_2 における観測高低差

5 渡海水準測量の計算

(1) 交互法の計算

① 自動レベル及び気泡管レベル 1 台の場合

$$\Delta H = \frac{1}{m} \sum_1^m a - \frac{1}{n} \sum_1^n b$$

ただし、

ΔH : 高低差

a : 自岸の読定値

b : 対岸の読定値

m, n : 読定回数

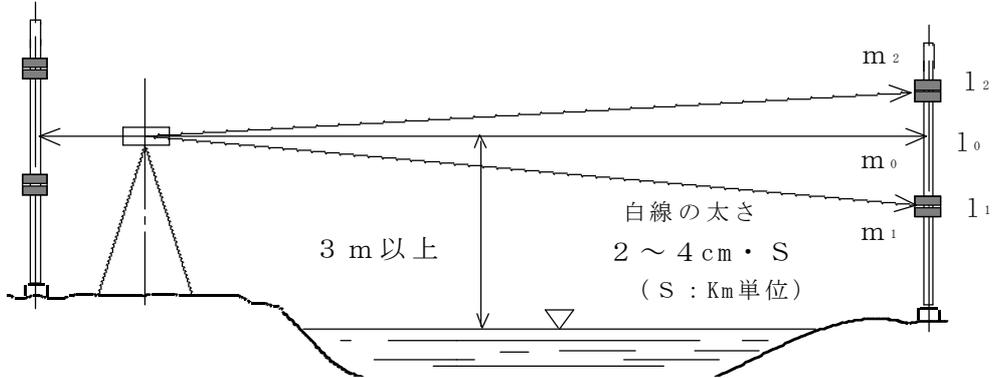
② 電子レベル 1 台の場合

$$\Delta H = \left(\frac{1}{m} \sum_1^m a - \frac{1}{n} \sum_1^n b \right) X$$

ただし、

- ΔH : 高低差
- a : 自岸の読定値
- b : 対岸の読定値
- m, n : 読定回数
- X : バーコード標尺の倍率

③ 気泡管レベル 1 台の場合



$$l_0 = l_1 + (l_2 - l_1) \frac{m_0 - m_1}{m_2 - m_1}$$

$$\Delta H = l - l_0$$

$$S = (l_2 - l_1) / \tan\{(m_2 - m_1)\alpha\}$$

ただし、

- ΔH : 高低差
- l_1, l_2 : 下段、上段目標板位置の標尺目盛
- m_1, m_2 : 下段、上段目標板測定値 (俯仰ねじ目盛)
- m_0 : 気泡合致の時の測定値 (俯仰ねじ目盛)
- l : 後視標尺 (自岸標尺) の読定値
- l_0 : 前視標尺 (対岸標尺) の m_0 に対する標尺目盛
- S : 器械から目標板までの概略距離 (参考値)
- α : 使用器械の 1 分画の秒数

(2) 俯仰ねじ法の計算

① レベル 2 式の場合

$$l_{A0} = l_{A1} + (l_{A2} - l_{A1}) \frac{m_{A0} - m_{A1}}{m_{A2} - m_{A1}}$$

$$l_{B0} = l_{B1} + (l_{B2} - l_{B1}) \frac{m_{B0} - m_{B1}}{m_{B2} - m_{B1}}$$

$$\Delta H_A = l_A - l_{A0}$$

$$\Delta H_B = l_B - l_{B0}$$

$$\Delta H = (\Delta H_A - \Delta H_B) / 2$$

ただし、

ΔH_A : A点での高低差

ΔH_B : B点での高低差

l_{A1}, l_{A2} : A点からB点を観た際の下段、上段目標板位置の標尺目盛

m_{A1}, m_{A2} : A点からB点を観た際の下段、上段目標板測定値（俯仰ねじ目盛）

m_{A0} : A点からB点を観た際の気泡合致の時の測定値（俯仰ねじ目盛）

l_A : A点における後視標尺（自岸標尺）の読定値

l_{A0} : A点における前視標尺（対岸標尺）の m_{A0} に対する標尺目盛

l_{B1}, l_{B2} : B点からA点を観た際の下段、上段目標板位置の標尺目盛

m_{B1}, m_{B2} : B点からA点を観た際の下段、上段目標板測定値（俯仰ねじ目盛）

m_{B0} : B点からA点を観た際の気泡合致の時の測定値（俯仰ねじ目盛）

l_B : B点における後視標尺（自岸標尺）の読定値

l_{B0} : B点における前視標尺（対岸標尺）の m_{B0} に対する標尺目盛

② レベル4式の場合

片岸2台における対岸上下2枚の目標板測定値の平均値を用いて①と同様に計算する。

(3) 経緯儀法の計算

① TS1台の場合（ミラー使用）

イ. ミラー高の計算

$$f = 1 + \Delta h$$

$$\Delta h = m_r - m_m$$

ただし、

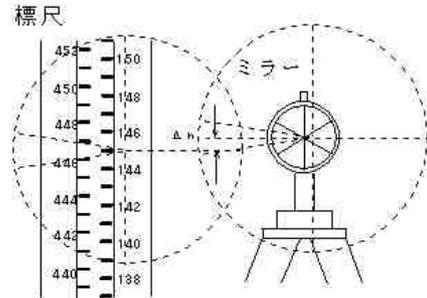
f : ミラー高

l : 標尺のcm位までの読み値

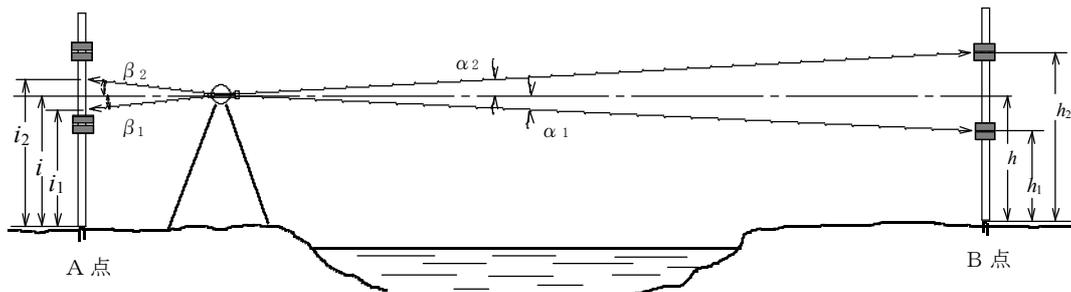
Δh : マイクロメータの読みの差

m_r : 標尺のマイクロメータの読み値

m_m : ミラーのマイクロメータの読み値



ロ. 器械高の計算



$$i = \frac{(i_1 - i_2) \tan \beta_1}{\tan \beta_2 - \tan \beta_1} + i_1$$

ただし、

i : A点の器械高（自岸）

i_1, i_2 : A点の標尺目盛（自岸）

β_1, β_2 : A点の標尺目盛の測定値（高度角）

ハ. 高低差の計算

$$H_b = H_a + h + i - f$$

$$\Delta H = D \cdot \sin \alpha$$

ただし、

H_a : A点の標高

H_b : B点の標高

ΔH : 高低差

i : A点の器械高 (自岸)

f : ミラー高 (対岸)

α : 高度角

D : 器械からミラーまでの斜距離

② TS 2 台の場合

$$\Delta H_a = D_a \cdot \sin \alpha_a + i_a - f_b$$

$$\Delta H_b = D_b \cdot \sin \alpha_b + i_b - f_a$$

$$\Delta H = (\Delta H_a - \Delta H_b) / 2$$

ただし、

ΔH : 2点間の高低差

ΔH_a : A点から求めた高低差

ΔH_b : B点から求めた高低差

i_a, i_b : A点、B点の器械高

f_a, f_b : A点、B点のミラー高

α_a, α_b : A点、B点の高度角

D_a, D_b : A点、B点側器械から、対岸ミラーまでの斜距離

③ セオドライト 2 台の場合 (回光灯使用)

$$\Delta H_1 = D \cdot \sin \alpha_1 + i_1 - f_2$$

$$\Delta H_2 = D \cdot \sin \alpha_2 + i_2 - f_1$$

$$\Delta H = (\Delta H_1 - \Delta H_2) / 2$$

ただし、

ΔH_1 : 既知点からの高低差

ΔH_2 : 求点からの高低差

ΔH : 高低差

α_1, α_2 : 両岸で観測したそれぞれの高度角

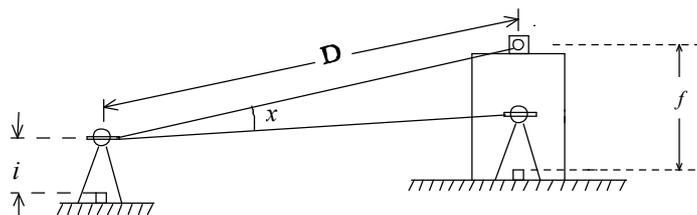
i_j, f_j : 両岸の器械高と回光灯高

D : 2点間の斜距離

④ セオドライト 4 台の場合 (回光灯使用)

イ. 高度角に対する補正計算

$$x = \frac{i-f}{D} \rho''$$



ただし、

x : 補正数 (観測角にこのままの符号で用いる)

i : 器械高 (観測点)

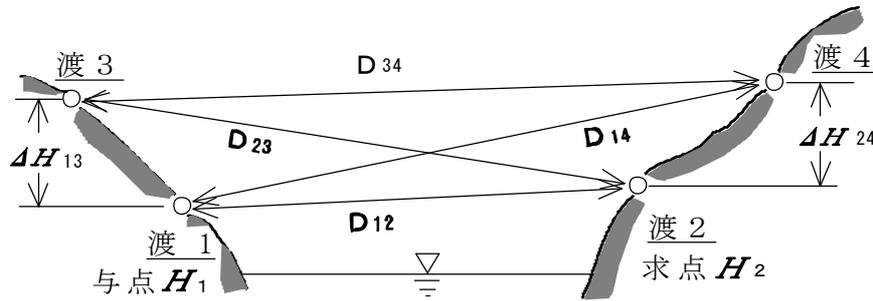
f : 測標高 (相手方)

D : 2点間の斜距離

$$\rho'' = \frac{180^\circ}{\pi} \times 3,600''$$

ロ. セオドライト4台の場合で観測距離がおよそ15km以内の場合は、③の計算式、または次のハ. 項の計算式によって高低差を求める。

ハ. セオドライト4台の場合で観測距離がおよそ15kmを越える場合は、次式によって1セットの観測に対する H_2 , x_0 , x_0' , x_0'' を求める。



$$\text{方向 (1)→(2)} \quad \delta_{12} = -H_2 - a_{12}x_0 - b_{12}x_0' - c_{12}x_0'' + l_{12}$$

$$(1)→(4) \quad \delta_{14} = -H_2 - a_{14}x_0 - b_{14}x_0' - c_{14}x_0'' + l_{14}$$

$$(3)→(2) \quad \delta_{32} = -H_2 - a_{32}x_0 - b_{32}x_0' - c_{32}x_0'' + l_{32}$$

$$(3)→(4) \quad \delta_{34} = -H_2 - a_{34}x_0 - b_{34}x_0' - c_{34}x_0'' + l_{34}$$

$$(2)→(1) \quad \delta_{21} = H_2 - a_{21}x_0 - b_{21}x_0' - c_{21}x_0'' + l_{21}$$

$$(2)→(3) \quad \delta_{23} = H_2 - a_{23}x_0 - b_{23}x_0' - c_{23}x_0'' + l_{23}$$

$$(4)→(1) \quad \delta_{41} = H_2 - a_{41}x_0 - b_{41}x_0' - c_{41}x_0'' + l_{41}$$

$$(4)→(3) \quad \delta_{43} = H_2 - a_{43}x_0 - b_{43}x_0' - c_{43}x_0'' + l_{43}$$

ただし、

$$l_{12} = d_{12} + a_{12} + H_1$$

$$l_{14} = d_{14} + a_{14} + H_1 - \Delta H_{24}$$

$$l_{32} = d_{32} + a_{32} + H_1 + \Delta H_{13}$$

$$l_{34} = d_{34} + a_{34} + H_1 + \Delta H_{13} - \Delta H_{24}$$

$$l_{21} = d_{21} + a_{21} - H_1$$

$$l_{23} = d_{23} + a_{23} - H_1 - \Delta H_{13}$$

$$l_{41} = d_{41} + a_{41} - H_1 - \Delta H_{24}$$

$$l_{43} = d_{43} + a_{43} - H_1 - \Delta H_{13} + \Delta H_{24}$$

$$a_{ij} = \frac{D_{ij}^2 - (H_i - H_j)^2}{(2R + H_i + H_j) \cos^2 \alpha_{ij}}$$

$$b_{ij} = a_{ij} \frac{2H_i + H_j}{3}$$

$$c_{ij} = a_{ij} \frac{3H_i^2 + 2H_i H_j + H_j^2}{12}$$

$$d_{ij} = D_{ij} \cdot \sin \alpha_{ij}$$

$$H_3 = H_1 + \Delta H_{13}$$

$$H_4 = H_2 + \Delta H_{24}$$

ただし、

- ΔH_{13} , ΔH_{24} : 下方器械点と上方器械点との高低差
- R : その地点における地球の平均曲率半径
- x_0 : 標高零メートルにおける曲率化
- x_0' , x_0'' : 標高零メートルにおける曲率化の第一次、第二次微分係数
- δ_{ij} : 残差
- α_{ij} : 高度角 (観測角に器械高と測標高の差による補正数を施した角)
- D_{ij} : 斜距離

平均曲率半径は次式によって求める。

$$R = \sqrt{M \cdot N} \quad \dots\dots\dots \text{平均曲率半径}$$

$$W = \sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \phi}$$

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{W^3} \quad N = \frac{a}{W} \quad M \dots\dots \text{子午線曲率半径} \quad N \dots\dots \text{卯酉線曲率半径}$$

長半径 : $a = 6378137\text{m}$
 第一離心率 : $e^2 = 0.006\ 694\ 380\ 022\ 900\ 79$

計算式の中には、未知数の係数に求点の標高が入っているので H_2 の値が収束するまで反復計算を行う。

なお、屈折係数 : K_{ij} は次の式により求める。

$$K_{ij} = x_0 + \left(\frac{2}{3}H_i + \frac{1}{3}H_j\right)x_0' + \left(\frac{1}{4}H_i^2 + \frac{1}{6}H_iH_j + \frac{1}{12}H_j^2\right)x_0''$$

行列による解法

観測方程式は

$$V = AX + L, P$$

ただし、

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -a_{12} & -b_{12} & -c_{12} \\ -1 & -a_{14} & -b_{14} & -c_{14} \\ -1 & -a_{32} & -b_{32} & -c_{32} \\ -1 & -a_{34} & -b_{34} & -c_{34} \\ 1 & -a_{21} & -b_{21} & -c_{21} \\ 1 & -a_{23} & -b_{23} & -c_{23} \\ 1 & -a_{41} & -b_{41} & -c_{41} \\ 1 & -a_{43} & -b_{43} & -c_{43} \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} H_2 \\ x_0 \\ x_0' \\ x_0'' \end{pmatrix} \quad L = \begin{pmatrix} l_{12} \\ l_{14} \\ l_{32} \\ l_{34} \\ l_{21} \\ l_{23} \\ l_{41} \\ l_{43} \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

正規方程式

$$(A^T P A) X = (A^T P (-L))$$

$$\therefore X = (A^T P A)^{-1} A^T P (-L)$$

(4) 標準偏差の計算

① 1セット観測の標準偏差

$$m_i = \sqrt{\frac{[\sum \delta_i^2]}{n-1}}$$

② 平均値の標準偏差

$$M_i = \sqrt{\frac{[\sum \delta_i^2]}{n(n-1)}}$$

③ 器械の配置別標準偏差

$$m_{i2} = (m_1 + \dots + m_n) / n$$

ただし、

m_i : 1セット観測の標準偏差

M_i : 平均値の標準偏差

m_{i2} : 器械の配置別標準偏差の平均値

δ_n : $\Delta H_0 - \Delta H_1$

ΔH_i : 各セットの高低差

ΔH_0 : 各セットの高低差の平均値

n : セット数

(5) 直接水準、渡海水準測量の路線の混合する環の平均

$$P_1 : P_2 = \frac{1}{m_1^2} : \frac{1}{m_2^2}$$

$$m_1 = m_0 \sqrt{S} \text{ mm}$$

$$V_1 = \frac{P_2 \cdot W}{P_1 + P_2} \quad V_2 = \frac{P_1 \cdot W}{P_1 + P_2}$$

ただし、

P_1 : 直接水準測量の重量

P_2 : 渡海水準測量の重量

m_1 : 直接水準測量の標準偏差

m_0 : 0.6mmとする

S : 直接水準測量の路線長 (km単位)

m_2 : 渡海水準測量の標準偏差の平均値

W : 環閉合差

V_1, V_2 : 直接水準、渡海水準測量路線への補正量